

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛНА КОМИСИЯ ЗА ОРГАНИЗИРАНЕ НА ОЛИМПИАДАТА ПО АСТРОНОМИЯ
XVII НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ
<http://astro-olymp.org>

II кръг, 3 февруари 2014 г.
Ученици от 9-10 клас

1 задача. Звезда изгрява. Нека една звезда, наблюдавана от град Варна ($\varphi=43^{\circ}13'$), изгрява точно от посока изток, а друга звезда изгрява от посока север.

- На каква височина над хоризонта ще се издигне всяка една от звездите в горна кулминация и в каква посока, по отношение на зенита, ще се намират тогава те?
- Дали звездата, която изгрява от север за град Варна, може да изгрява от север и за други места по земното кълбо и кои са тези места?
- Ако наблюдаваме изгрева на двете звезди от екватора, какъв ще е азимутът на всяка от звездите в момента на изгрев, на каква височина над хоризонта и в каква посока ще се виждат те, когато са в горна кулминация?

Рефракцията да не се отчита.

Решение:

Това, че първата звезда изгрява точно от посоката изток означава, че тя лежи на небесния екватор. Небесният екватор се намира на 90° от Северния небесен полюс. Височината на полюса над хоризонта е равна на географската ширина. Следователно най-високата точка от небесния екватор се намира на височина:

$$h = 90^{\circ} - \varphi = 46^{\circ} 47'$$

Това е височината, на която ще се издигне първата звезда над хоризонта при своето денонощно движение. Тя ще се наблюдава в посока юг, относно зенита.

Втората звезда изгрява от посоката север, което означава, че тя през цялото денонощие е над хоризонта, само за един миг се скрива под хоризонта и веднага се показва над него. Това е възможно, ако звездата се намира на ъглово разстояние от Северния небесен полюс, равно на географската ширина плюс една много малка величина, която да позволи на звездата да се скрие под хоризонта за части от секундата. Бихме могли да приемем, че този ъгъл е равен на географската ширина на мястото. Следователно деклинацията на звездата е:

$$\delta = 90^{\circ} - \varphi = 46^{\circ} 47'$$

В горна кулминация втората звезда ще бъде на височина над хоризонта, равна на удвоената височина на Северния небесен полюс и следователно височината ѝ ще е равна на удвоената географска ширина на мястото:

$$h = 2\varphi = 86^{\circ} 26'$$

Тази точка се намира там, където денонощният паралел на звездата пресича меридиана на мястото, на $3^{\circ} 34'$ северно от зенита.

Втората звезда може да изгрява от север за всяка точка от земното кълбо, която има същата географска ширина като град Варна, т.е. лежаща на същия паралел.

Съществува, обаче, още едно множество от точки, които отговарят на това условие. Това са точките, лежащи на паралел с географска ширина $\varphi = -43^{\circ} 13'$. За тях бихме могли да кажем, че звездата в горна кулминация за миг се показва над хоризонта в точка север и веднага залязва пак там.

За наблюдател на земния екватор звездата, лежаща на небесния екватор, ще изгрява отново от точка изток, т.е. ще има азимут 90° , ще се издига вертикално нагоре, ще кулминира в зенита, през който минава небесният екватор, и следователно не може да се дефинира посока относно зенита, понеже звездата ще съвпада с него.

Втората звезда, която отстои от Северния небесен полюс на ъгъл равен на $43^{\circ}13'$, ще изгрява от азимут равен на този ъгъл, ще се издига на височина, равна на този ъгъл и ще се наблюдава в горна кулминация в посока север.

В решението на задачата се използва геодезичният азимут. Възможно е решение, при което се използва астрономическият азимут и тогава ще се получат различни числени стойности (270° и $223^{\circ}13'$).

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

За правилен начин на определяне на височината на двете звезди в горна кулминация - $2 \times 2 = 4$ т.

За определяне на посоките, в които ще кулминират звездите - $2 \times 0.5 = 1$ т.

За отговор къде другаде втората звезда ще изгрява от север за наблюдател в северното полукълбо – 2 т.

За досещане за допълнителната възможност това да се наблюдава и от южното полукълбо – 1 т.

За определяне на азимутите на двете звезди при изгрев за наблюдател на екватора – 2×1 т. = 2 т.

За определяне на височините и посоките при горна кулминация – 2×1 т. = 2 т.

2 задача. Космически рекорди. През 1994-95 г. руският космонавт Валерий Поляков е извършил най-продължителния полет на човек в космоса – 437 денонощия 17 часа и 58 минути на борда на орбиталната станция „Мир” и на двата кораба „Союз” с които е излитал и кацал на Земята. Това обаче, не е първият му дълъг космически полет. През 1988-89 г. той лети на същата станция 240 денонощия 22 часа и 34 минути.

- Станцията „Мир” е обикаляла около Земята с период 91.9 минути. Руският космонавт е могъл да види много изгреви и валеви на Слънцето от нея. Нека условно наречем времето между два изгрева на Слънцето, наблюдавани на станцията, космическо денонощие. Колко такива космически денонощия е преживял космонавтът общо за двата си полета и колко космически изгреви и залези би могъл да види?

- За колко години живот на земната повърхност човек би видял същия брой изгреви и залези на Слънцето?

- След двата полета космонавтът се опитал да пресметне общо колко пъти е прелетял над Атлантическия океан, който обичал често да съзерцава от космоса, но установил че това не е много лесна задача. Помогнете му да се справи с нея. Колко пъти Валерий Поляков е прелетял над океана?

Продължителност на годината – 365.25 денонощия.

Решение:

Пресмятаме общата продължителност на двата полета и получаваме, че тя е $\Delta t = 678^d 16^h 32^m$. Ако разделим този интервал от време на орбиталния период на станцията, ще получим броя обиколки на космонавта около Земята. Но за толкова продължителен интервал от време Земята е направила почти две обиколки около Слънцето. При всяка обиколка на Земята около Слънцето осветената страна на Земята се завърта около ос, перпендикулярна на еклиптиката, един път, по посока на околоосното въртене на Земята. Периодът на космическата станция е независим от въртенето на Земята около оста ѝ, както и от въртенето на Земята около Слънцето. Затова за всяка година полет трябва да извадим една обиколка, за да получим броя на обиколките относно терминатора, т.е. броя на “космическите денонощия”.

За да получим броя на обиколките на станцията около Земята, изразяваме интервалите от време и периодите в денонощия:

$$\Delta t = 678^d 16^h 32^m = 678^d.689$$
$$p = 91^m.9 = 0^d.06381944$$

Броят на обиколките около Земята е:

$$n_0 = \frac{\Delta t}{p} = 10634.52$$

Броят на завъртанията на терминатора (или на линията Земя-Слънце) за този интервал от време е:

$$n_1 = \frac{\Delta t}{365^d.25} = 1.86$$

Броят на обиколките на станцията относно терминатора е:

$$n = n_0 - n_1 \approx 10632.66$$

Това е и броят “космическите денонощия”, които е преживял Валерий Поляков, докато е бил в орбита около Земята. Толкова изгреви и залези би могъл да види той.

Този резултат може да получим и като използваме формулите за синодичен и сидеричен период. (При прилагането на тези формули всички величини в тях трябва да са в еднакви мерни единици.) Стойността на периода на станцията е сидеричният период $T_0 = p$, а продължителността на космическото денонощие е синодичният период T_s . Нека продължителността на годината означим с T . Тогава:

$$\frac{1}{T_s} = \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T}, \quad T_s = \frac{T \cdot T_0}{T - T_0} = 91^m.91606 = 0^d.0638306$$

$$n = \frac{\Delta t}{T_s} = \frac{678^d.689}{0^d.0638306} \approx 10632.66$$

За да получим за колко години човек, намиращ се на Земята, би могъл да види същия брой изгреви и залези, трябва да разделим броя на денонощията (в случая броя на космическите денонощия) на броя на денонощията в една земна година:

$$n_y = \frac{n}{365^d.25} \approx 29.11 \text{ год.}$$

За малко повече от 29 години, човек би могъл да види същия брой изгреви и залези, наблюдавайки от Земята.

Преминаването на станцията над дадена точка от земната повърхност зависи както от периода на станцията, така и от периода на въртене на Земята около оста ѝ. Периодът на въртене на Земята около оста ѝ се нарича звездно денонощие. То е равно на $23^h56^m04^s$. Ако не знаем неговата продължителност, може да я намерим, използвайки формулите за синодичен и сидеричен период, или това, че в годината броят на синодичните денонощия е с едно по-малък от броя на сидеричните. Можем да напишем:

$$\frac{365.25}{366.25} = 0.934471$$

Това е продължителността на звездното денонощие в единици слънчеви денонощия. Като умножим с този коефициент продължителността на едно слънчево денонощие в часове, минути и секунди, ще получим продължителността на звездното денонощие в същите единици: $24^h \times 0.934471 = 23^h56^m04^s$.

От формулите за синодичен и сидеричен период получаваме същата стойност. Звездното денонощие е равно на сидеричния период на Земята (T_{sid}^d), слънчевото – на синодичния (T_{syn}^d).

$$\frac{1}{T_{syn}^d} = \frac{1}{T_{sid}^d} - \frac{1}{T}, \quad T_{sid}^d = \frac{T \cdot T_{syn}^d}{T + T_{syn}^d} = 23^h56^m04^s.1$$

Земята и станцията се въртят в една посока. Прилагаме отново формулите:

$$\frac{1}{p_T} = \frac{1}{p} - \frac{1}{T_{sid}^d}, \quad p_T = \frac{T_{sid}^d \cdot p}{T_{sid}^d - p} \approx 98^m.6$$

където p_T е периодът на станцията относително земната повърхност и играе ролята на синодичен период, p е истинският орбитален период на станцията и играе ролята на сидеричен период, а T_{sid}^d е периодът на въртене на Земята около оста ѝ. Виждаме, че периодът на станцията относително земната повърхност е съществено по-голям от сидеричния ѝ период.

Броят на обиколките относно точка от повърхността на Земята, ще бъде:

$$n_T = \frac{\Delta t}{p_T} \approx 9908$$

Толкова пъти Валерий Поляков е прелетял над Атлантическия океан.

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

За правилен метод за определяне колко броя космически денонощия е преживял космонавтът – 2 т.

За отчитане на ефекта от въртенето на Земята около Слънцето – 2 т.

За верен числен отговор – 1 т.

За определяне за колко години на земната повърхност биха се видели същия брой изгреви и залези на Слънцето – 2 т.

За правилен подход при определяне колко пъти космонавтът е прелетял над Атлантическия океан – 3 т.

За правилния избор да се използва звездното (а не например слънчевото) денонощие – 1 т.

За верен числен отговор – 1 т.

3 задача. Земя и Луна.



На 16 декември 1992 г., осем дни след поредното си преминаване покрай Земята, космическият апарат „Галилео“ прави снимка на Земята и Луната.

- Кой от двата обекта е бил по-близо до станцията – Земята или Луната? Обосновете вашия отговор чрез измервания върху снимката и пресмятания.

- Определете приблизително на какво разстояние се е намирал „Галилео“ от Земята в момента на снимката.

- Приблизително колко време след този момент Луната трябва да е била в пълнолуние за земните наблюдатели?

Радиусите на Земята и Луната са съответно 6378 км и 1738 км, а разстоянието между тях е 374515 км. За измерванията използвайте негативното изображение, дадено по-долу.



Решение:

Измерваме върху снимката диаметрите на изображенията на Луната и Земята и получаваме съответно: $d_L = 23 \text{ mm}$, $d_T = 81 \text{ mm}$. Тези диаметри са пропорционални на видимите ъглови диаметри δ_L и δ_T на двата обекта за наблюдател от станцията „Галилео“. Ако Земята и Луната са на едно и също разстояние от станцията, би трябвало отношението на видимите им ъглови диаметри да е равно на отношението на линейните им диаметри, които нека означим с D_L и D_T . Пресмятанията показват обаче, че това не е така.

$$\frac{d_T}{d_L} \approx 3.52$$

$$\frac{D_T}{D_L} \approx 3.67$$

$$\frac{d_T}{d_L} < \frac{D_T}{D_L}$$

Отношението на ъгловия размер на Земята към този на Луната е по-малко отколкото отношението на линейния размер на Земята към този на Луната. Следователно Луната е по-близо до космическия апарат, отколкото Земята.

Двете тела са на доста малко видимо ъглово разстояние едно от друго – то е сравнимо с видимите им ъглови размери. А линейното разстояние от Земята до Луната е около 60 пъти по-голямо от радиуса на нашата планета. Следователно можем да приемем, че ако r_L е линейното разстояние от станцията „Галилео“ до Луната, а r_T е разстоянието от станцията до Земята, то:

$$r_T - r_L \approx r_{TL}$$

където r_{TL} е разстоянието Земя – Луна. За видимите ъглови диаметри на Земята и Луната можем да напишем:

$$\delta_T = \frac{D_T}{r_T} \qquad \delta_L = \frac{D_L}{r_L} = \frac{D_L}{r_T - r_{TL}}$$

Оттук получаваме:

$$\frac{\delta_T}{\delta_L} = \frac{d_T}{d_L} = \frac{D_T}{D_L} \cdot \frac{r_T - r_{TL}}{r_T}$$

$$r_T = \frac{r_{TL}}{1 - \frac{d_T}{d_L} \cdot \frac{D_L}{D_T}}$$

$$r_T \approx 10 \text{ млн км}$$

Приемаме, че отгоре на снимката е северното полукълбо на Земята. *Всъщност за това можем и да се досетим. Станцията „Галилео”, чиято цел е изследването на планетата Юпитер, първоначално кръжи по сложна орбита около Слънцето, сближавайки се последователно с Венера и Земята, за да се ускори в техните гравитационни полета. Снимката е направена малко след последното сближаване със Земята. В този момент станцията трябва да е летяла приблизително по посока на орбиталното движение на Земята около Слънцето, отдалечавайки се от Земята. Щом при това положение слънчевите лъчи идват отдясно на снимката, то можем да заключим, че северното полукълбо на нашата планета е отгоре. Това съображение не се изисква от учениците в решението на задачата и ако то е приведено, следва да се дават допълнителни точки за награда.* Фазите на Земята и Луната, които се виждат на снимката, показват, че Слънцето се намира на около 90° надясно от двете тела за наблюдател на космическата станция. Както вече отбелязахме, двете тела са почти на една линия със станцията. Гледано от северното полукълбо, Луната се движи около Земята в посока обратна на часовниковата стрелка. От всичко това можем да заключим, че в момента на снимката за земните наблюдатели Луната е била около фаза последна четвърт. Така че, Луната трябва да е била в пълнолуние около три седмици след момента на снимката. Проверката по действителните данни показва, че Луната е била в пълнолуние на 8 януари 1993 г.

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

За правилен подход при определяне дали Земята или Луната е по-близо до станцията – 2 т.

За измервания и пресмятания – 2 т.

За правилно заключение кое от двете тела е по-близо – 1 т.

За правилен метод за определяне на разстоянието до Земята – 3 т.

За достоверен числен резултат за разстоянието (при малки разлики в измерените диаметри на изображенията в резултат от различно качество на отпечатването на картинката, могат да се получат много големи разлики в крайния резултат) – 1 т.

За правилни разсъждения относно фазата на Луната – 2 т.

За вярно заключение за фазата – 1 т.

4 задача. Земната орбита. От дълбините на космоса ненадейно се появява неголяма черна дупка, която прелита през Слънчевата система и отново изчезва в дълбините на космоса. В резултат на въздействието ѝ, ориентацията на земната ос се променя и тя вече е перпендикулярна на земната орбита около Слънцето. Формата на орбитата също претърпява промени. Тя се превръща в по-издължена елипса, така че климатът в умерените ширини на Земята не се различава съществено от досегашния. Отново има зима и лято, пролет и есен.

- Какво, обаче, ще се промени за умерените ширини?

- Какво ще се промени за другите климатични области по земната повърхност?

Избройте всички ефекти от промяната, за които се досетите.

Решение:

Щом оста на Земята е перпендикулярна на орбитата ѝ, то наклонът на оста вече не би могъл да бъде причина за смяна на сезоните. Сезоните ще се сменят поради елиптичността на орбитата, при което се променя съществено разстоянието на Земята до Слънцето. Когато е в тази част на орбитата, която е най-близо до Слънцето и в която се намира перихелият на орбитата, Земята получава най-много енергия. Тогава е лято. В зоната около афелия е зима. Разликата от сегашната ситуация е в това, че сезоните настъпват синхронно (едновременно) в двете полукула на Земята – в северното, и в южното.

Скоростта на движение на Земята по орбитата ѝ силно зависи от разстоянието до Слънцето. В перихелий Земята ще се движи много бързо. Лятото ще е горещо, но кратко. В афелий движението на Земята ще бъде по-бавно. Затова зимата ще е съществено по-дълга от лятото.

Поради различната скорост на движение по орбитата в различни нейни участъци, ще се променя и продължителността на слънчевото денонощие. Когато Земята се движи бързо, в района на перихелия на орбитата ѝ, за всяко денонощие тя ще изминава относително по-голям участък от орбитата, при това намирайки се по-близо до Слънцето, поради което ъгълът, под който се вижда денонощият ѝ път, ще бъде съществено по-голям. Това означава, че видимата скорост на Слънцето по небесната сфера ще е по-голяма. Следователно Земята, след като направи един оборот около оста си (звездно денонощие), ще има да довърта допълнително по-голям ъгъл, за да приключи и слънчевото денонощие. Затова през лятото денонощията ще бъдат по-дълги. В афелия, поради бавното движение по орбитата ѝ, Земята ще изминава за едно звездно денонощие по-къс път и следователно слънчевото денонощие ще бъде по-кратко, а видимото движение на Слънцето по небесната сфера – по-бавно. Това означава, че летните денонощия ще са дълги, а зимните кратки, но повече на брой. Обърнете внимание, че става дума за продължителност на денонощията, а не на дните, които сега са по-дълги през лятото за сметка на нощите. Тогава едновременно и дните и нощите ще са по-дълги или по-къси, в зависимост от сезона.

Още една отличителна особеност е това, че дните във всички сезони ще са почти равни на нощите. Разликата ще идва само от атмосферната рефракция и от леката промяна в положението на Земята по елиптичната орбита.

Височината на Слънцето над хоризонта в горна кулминация ще е различна за различните географски ширини, но за всяка географска ширина ще е една и съща за всички дни от годината. Ъгловите размери на Слънцето обаче, ще се променят. В перихелий Слънцето ще се вижда най-голямо, а в афелий – най-малко. Лятото ще бъде сезон не на “високото” Слънце, а на “голямото” Слънце. Зимата ще бъде сезонът не на “ниското” Слънце, а на “малкото” Слънце.

Поради промените в скоростта на движение на Слънцето по небесната сфера, както и поради промените в ъгловите му размери (вследствие на промяната на разстоянието до него), през годината ще се променя и продължителността на слънчевите изгреви и залези. През зимата Слънцето ще изгрява и залязва за по-кратко време, а през лятото – по-продължително.

Всички разсъждения, свързани със смяната на сезоните, тяхната продължителност, както и с продължителността на слънчевите денонощия, са верни и за останалите климатични зони на Земята.

В екваториалната зона климатът няма да е постоянен, какъвто е сега. Също ще има смяна на сезони, макар и по-горещи от сезоните в умерените ширини. През лятото ще бъде много горещо, защото Слънцето, което там ще се издига високо над хоризонта, ще е съществено по-близо отколкото е сега. Силното слънчево греење ще довежда до

силно нагряване на земната и водната повърхност, до мощни възходящи въздушни потоци, до силни ветрове, а вероятно и урагани. Най-добра част от годината за живеещите там ще е зимата. Климатът ще е по-мек, а сезонът – продължителен.

В тропичните зони ще има подобни явления, но най-вероятно леко смекчени вследствие на по-малката височина на Слънцето над хоризонта, което води до по-малко слънчево греење на единица площ, поради по-големия наклон на слънчевите лъчи относно земната повърхност, и малко по-голямото поглъщане на слънчевата енергия в атмосферата (поради по-дългия път, който тя изминава преди да стигне до земната повърхност).

В полярните зони също ще има смяна на сезоните, определяща се от разстоянието до Слънцето. Най-съществената промяна за тях ще бъде отсъствието на половингодишните полярни нощи и полярни дни.

На самите полюси, както и в близките до полюсите области (става дума за области с размери няколко десетки километра около полюсите), обаче, поради рефракцията на светлината, Слънцето никога няма да залязва. Дори и да нямаше рефракция, на самите полюси почти половината слънчев диск щеше да е над хоризонта през цялата година. Слънцето ще се вижда и на двата полюса на Земята едновременно.

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

За посочване на синхронното настъпване на сезоните в двете полукълба – 2 т.

За разсъждения относно продължителността на сезоните – 2 т.

За обяснения по въпроса за продължителността на денонощията и равенството на дните и нощите – 2 т.

За разсъждения относно видимото денонощно движение и ъгловите размери на Слънцето – 2 т.

За описание на климата в екваториалните и тропични райони – 2 т.

За разсъждения относно полярните райони и полюсите – 2 т.

5 задача. Размерите на Луната. На 15 февруари 2014 г. се навършват 450 години от рождението на великия италиански физик и астроном Галилео Галилей. Едно от по-малко познатите постижения на Галилео е предложената за първи път от него схема на часовник с махало. Представете си, че заедно с най-добрия ви приятел сте на Луната. Намирате се в равнинна местност на лунния екватор. Разполагате само с технически средства от XVII век, в който е живял Галилей – часовник с махало, с който измервате времето с точност не по-добра от 1 секунда, дървен метър и въже с дължина няколко десетки метра.

- Предложете начин, по който бихте могли да определите радиуса на Луната чрез наблюдения по време на лунната нощ. Опишете необходимите измервания и пресмятания, които ще извършите.

Радиусът на Луната е 1738 км, периодът на околоосно ѝ въртене е 27.3 денонощия. Предполага се, че вие и вашият приятел имате еднакъв ръст.

Решение:

Щом ще наблюдаваме през нощта, най-добре е да изберем звездите като обект на наблюдение. Наблюдавайки звездите през дълъг интервал от време, може да намерим периода на околоосно въртене на Луната. Наблюдението на една звезда, без да разполагаме с допълнителни инструменти, може да се осъществи по следния начин. Избираме звезда, разположена максимално близо до небесния екватор (небесния екватор за Луната). Изчакаме тя да доближи западния хоризонт и засичаме момента на залеза на звездата. Това е възможно, понеже на Луната няма атмосфера и звездите се виждат ясно на хоризонта (особено през нощта, когато не ни пречи отразената от повърхността на Луната слънчева светлина). Изчакаме докато Луната направи един оборот около оста си и звездата отново застане над западния хоризонт. Тогава, от същата точка на лунната

повърхност, от която сме засекли първия залез на звездата, засичаме втория залез. Времето между двата залеза е периодът на завъртане на Луната около оста ѝ или едно сидерично (звездно) лунно денонощие.

Изборът на звездата и определянето на точното направление на лунния екватор може да се извършат в процеса на наблюдението на звездите.

След като разполагаме с периода на завъртане на Луната около оста ѝ, можем да продължим с решаването на задачата, но вече са ни необходими двама наблюдатели. Измерваме точно, използвайки въжето и дървения метър, по повърхността на Луната отсечка от няколко десетки или няколкостотин метра, разположена по протежение на екватора на Луната. Крайщата на отсечката са точките, в които ще застанат двамата наблюдатели. Нека първият наблюдател, който стои в източната точка на отсечката, вижда звездата близо до лунния небесен екватор да залязва. Отбелязва се моментът на залеза t_1 .

Вторият наблюдател, който стои в западната точка на отсечката, ще види залеза на звездата с няколко десетки секунди по-късно. Това е така, понеже Луната се върти бавно и на сравнително близки разстояния явленията изгрев и залез на едни и същи обекти стават в съществено различаващи се моменти от време. Нека, примерно, наблюдателите са на 100 м разстояние. За едно завъртане около лунната ос точка от екватора на Луната описва пълната дължина на екватора. За да измине 100 м, заедно с повърхността на Луната, и да достигне положението на първия наблюдател, така че да вижда залеза на звездата, на втория наблюдател ще е необходим интервал от време Δt , който се отнася към периода на завъртане на Луната около оста ѝ както разстоянието между двамата наблюдатели към дължината на екватора на Луната.

$$\frac{\Delta t}{T_L} = \frac{s}{2\pi R_L}$$

$$\Delta t = \frac{s \cdot T_L}{2\pi R_L} \approx 21^s.6$$

За да се завърти на 100 м, на точка от екватора на Луната са необходими повече от 21^s . Това означава, че ако работим с часовника с точност 1 s, ще имаме грешка от 5% в определянето на радиуса на Луната. Ако искаме по-голяма точност, ще се наложи да увеличим разстоянието между наблюдателите.

Моментът на залеза на звездата за втория наблюдател отбелязваме с t_2 . Разстоянието между двамата наблюдатели е измерено с въже. Понеже в задачата се говори за равнинна местност, се подразбира, че става дума за равнина, следваща строго сферична форма, с център – в центъра на Луната. Тогава разстоянието между наблюдателите е дъга с дължина s , която е част от лунния екватор. Отношението на дъгата към обиколката на екватора е равно на отношението на интервала време между залезите на звездата за двамата наблюдатели към периода на завъртане на Луната около оста ѝ.

Нека $\Delta t = t_1 - t_2$. Тогава:

$$\frac{s}{2\pi \cdot R_L} = \frac{\Delta t}{T_L}$$

$$R_L = \frac{s \cdot T_L}{2\pi \cdot \Delta t}$$

където R_L и T_L са радиусът и периодът на околоосно въртене на Луната.

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

За подходяща постановка на метода за определяне на лунния радиус – 3 т.

За описание на необходимите наблюдения и измервания – 4 т.

За обосновка на точността на метода – 1 т.

За математическо описание на метода – 4 т.